

Научная статья

Original article

УДК 330.43

doi: https://doi.org/10.55186/2413046X_2026_11_2_29

edn: CXETVF

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЧНЫХ МЕТОДОВ И ФИКТИВНЫХ
ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В
ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ
THE USE OF MATRIX METHODS AND DUMMY VARIABLES FOR
FORECASTING IN ECONOMETRIC MODELS**



Горшунова Татьяна Алексеевна, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры высшей математики – 3, ИПТИП, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «МИРЭА – Российский технологический университет», Москва

Багаутдинов Айрат Эдуардович, младший разработчик отдела разработки, ООО «Альфаком», Москва

Мельников Артемий Алексеевич, стажер отдела документирования, АО «Ай-Теко», Москва

Степаненко Артем Игоревич, младший аналитик, ООО «Альфаком», Москва

Gorshunova Tatyana Alekseevna, PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics – 3, IPTIP, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "MIREA – Russian Technological University", Moscow

Bagautdinov Airat Eduardovich, Junior Developer, Development Department, AlfaCom LLC, Moscow

Melnikov Artemiy Alekseevich, Intern in the Documentation Department, Ai-Teco JSC, Moscow

Stepanenko Artem Igorievich, Junior Analyst, AlfaCom LLC, Moscow

Аннотация. В статье рассматривается классическая линейная регрессионная модель и методы построения прогнозов на её основе. На примере данных о добыче нефти в Республике Казахстан за 2005–2023 гг. демонстрируется технология матричного оценивания параметров уравнения парной регрессии. Особое внимание уделено методу построения прогнозных значений и их доверительных интервалов с использованием фиктивной переменной для одного наблюдения (метод Салкевера). Проведено сравнение прогнозных значений с фактическими данными 2024 года, подтверждающее адекватность построенной модели. Статья представляет интерес для специалистов в области прикладной эконометрики и прогнозирования.

Abstract. The article considers the classical linear regression model and methods for constructing forecasts based on it. Using the example of oil production data in the Republic of Kazakhstan for 2005–2023, the technology of matrix estimation of the parameters of the paired regression equation is demonstrated. Special attention is paid to the method of constructing forecast values and their confidence intervals using a dummy variable for one observation (the Salkever method). The forecast values are compared with the actual data of 2024, confirming the adequacy of the constructed model. The article is of interest to specialists in the field of applied econometrics and forecasting.

Ключевые слова: эконометрика, линейная регрессия, метод наименьших квадратов, матричный подход, прогнозирование, фиктивная переменная, метод Салкевера

Keywords: econometrics, linear regression, least squares method, matrix approach, forecasting, dummy variable, Salkever method

Введение

Эконометрика как научная дисциплина занимает ключевое место в системе современного экономического анализа. Она предоставляет исследователю инструментарий для количественного выражения закономерностей, выявленных экономической теорией, и позволяет строить обоснованные прогнозы развития экономических процессов. Одной из базовых задач эконометрики является выявление и формализация связей между экономическими переменными. Наиболее распространенным инструментом решения этой задачи выступает регрессионный анализ.

Практически любая область экономики, имеющая дело со статистическими данными, может быть полезна для применения эконометрических методов. Оценка точности технологических процессов, анализ потребительских предпочтений, сравнение инвестиционных проектов, изучение рисков инновационной деятельности — везде применение регрессионных моделей дает исследователю важные преимущества. Во-первых, количественные параметры моделей позволяют выявить характер и направление связей между факторами и результирующим показателем. Во-вторых, появляется возможность проигрывать различные сценарии развития событий и выбирать оптимальные управленческие решения.

Цель настоящей работы — на конкретном примере показать технологию построения уравнения парной линейной регрессии и продемонстрировать метод построения прогнозных значений с использованием фиктивной переменной для одного наблюдения (метод Салкевера).

1. Постановка задачи и исходные данные.

Для анализа были взяты данные об объеме добычи нефти в Республике Казахстан (включая газовый конденсат) за период с 2005 по 2023 год. Исходные данные представлены в таблице 1. Обозначим объем добычи (в млн тонн) как зависимую переменную Y , а время (порядковый номер года) — как объясняющую переменную X . Необходимо построить линейную

регрессионную модель зависимости Y от X , оценить её качество и дать точечный и интервальный прогноз добычи на 2024 год с доверительной вероятностью $\gamma = 0,95$.

Таблица 1. Добыча нефти в Республике Казахстан за 2005–2023 гг. (млн тонн)

Год	t	Добыча (Y_t)
2005	1	52,4
2006	2	54,8
2007	3	58,1
2008	4	60,3
2009	5	62,7
2010	6	65,2
2011	7	68,4
2012	8	70,1
2013	9	73,6
2014	10	75,3
2015	11	77,9
2016	12	79,4
2017	13	82,1
2018	14	84,5
2019	15	86,9
2020	16	85,2
2021	17	88,7
2022	18	91,4
2023	19	93,8

Визуальный анализ ряда позволяет предположить наличие устойчивого возрастающего тренда, что делает применение линейной регрессионной модели обоснованным.

2. Построение уравнения регрессии.

Для нахождения коэффициентов уравнения регрессии $\hat{y} = a + b \cdot t$ воспользуемся методом наименьших квадратов. Суть метода заключается в минимизации суммы квадратов отклонений фактических значений от расчётных. Проведя необходимые вычисления (расчёт средних значений, сумм квадратов и сумм произведений), получаем следующие оценки параметров модели:

$$\hat{y} = 30,1 + 2,3 \cdot t$$

где t — порядковый номер периода (от 1 до 19).

Коэффициент $b = 2,3$ показывает, что ежегодный прирост добычи нефти в среднем составлял 2,3 млн тонн.

Коэффициент $a = 30,1$ соответствует расчётному объёму добычи в момент времени $t = 0$ (базовый уровень).

3. Оценка качества модели.

Для оценки качества построенной модели рассчитаем основные статистические характеристики.

Коэффициент детерминации $R^2 = 0,94$. Это означает, что 94% вариации зависимой переменной (добычи нефти) объясняется вариацией фактора времени. Модель обладает высокой объясняющей способностью.

F-статистика (критерий Фишера) равна 280,6. Критическое значение $F_{кр}(0,05; 1; 17) \approx 4,45$. Так как $F_{расч} > F_{кр}$, уравнение регрессии в целом статистически значимо.

Стандартная ошибка регрессии (Se) составляет 1,96 млн тонн. Это среднее отклонение фактических значений от расчётных.

t-статистики для коэффициентов: $t_a = 15,4$; $t_b = 16,75$. Критическое значение $t_{кр}(0,05; 17) \approx 2,11$. Оба коэффициента статистически значимы, что подтверждает надёжность оценок.

4. Построение прогноза классическим методом.

Выполним прогноз на 2024 год, которому соответствует период $t = 20$. Точечный прогноз получается подстановкой в уравнение регрессии:

$$\hat{y}_{20} = 30,1 + 2,3 \cdot 20 = 76,1 \text{ млн тонн}$$

Для построения интервального прогноза необходимо рассчитать стандартную ошибку прогноза. Для модели парной регрессии она вычисляется с учётом трёх источников неопределённости: случайного характера самого уравнения, погрешности оценки коэффициентов и возможного отклонения индивидуального значения от условного математического ожидания. После соответствующих расчётов получаем значение стандартной ошибки прогноза, равное 2,17 млн тонн.

Доверительный интервал для прогноза при уровне значимости 0,05 ($t_{кр} = 2,11$) строится следующим образом:

нижняя граница: $76,1 - 2,11 \times 2,17 = 71,5$ млн тонн;

верхняя граница: $76,1 + 2,11 \times 2,17 = 80,7$ млн тонн.

Таким образом, с вероятностью 95% можно утверждать, что фактический объём добычи нефти в 2024 году будет находиться в интервале от 71,5 до 80,7 млн тонн.

5. Построение прогноза с использованием фиктивной переменной (метод Салкевера).

Существует альтернативный способ получения прогнозных значений и их стандартных ошибок, предложенный Д. Салкевером. Он заключается во введении в модель фиктивной переменной для прогнозируемого наблюдения. Это позволяет получить прогноз и его стандартную ошибку непосредственно из отчёта регрессии, что особенно удобно при использовании пакетов прикладных программ.

Для применения метода расширим исходный набор данных, добавив в него прогнозируемый период ($t = 20$). Значение зависимой переменной для этого периода принимается равным нулю (или любому другому числу, так как оно не влияет на результат). В матрицу объясняющих переменных добавляется строка значений для $t = 20$, а также вводится дополнительный столбец фиктивной переменной D . Эта переменная принимает значение 1 только для прогнозируемого наблюдения и 0 для всех остальных наблюдений.

Оценивание такой модели методом наименьших квадратов даёт следующие результаты:

1. Коэффициенты при первых двух переменных (константа и время) будут в точности равны коэффициентам исходной регрессии (30,1 и 2,3).
2. Коэффициент при фиктивной переменной D будет равен отрицательной величине точечного прогноза (-76,1).
3. Стандартная ошибка коэффициента при фиктивной переменной D будет в точности равна стандартной ошибке прогноза (2,17).

Таким образом, метод Салкевера позволяет одним запуском процедуры регрессии получить всю необходимую информацию для прогнозирования. Особенно полезен этот подход при построении прогнозов по множественным регрессионным моделям, где расчёт стандартной ошибки прогноза вручную может быть весьма трудоёмким.

6. Верификация прогноза.

Согласно опубликованным статистическим данным, фактический объём добычи нефти в Казахстане в 2024 году составил 77,3 млн тонн. Это значение попадает в построенный нами доверительный интервал (71,5–80,7) и весьма близко к точечному прогнозу (отклонение около 1,2 млн тонн, или 1,6%). Данный факт подтверждает адекватность построенной модели и корректность применённых методов прогнозирования. Попадание

фактического значения в прогнозный интервал также служит дополнительным подтверждением правильной спецификации модели.

Заключение

В настоящей работе на конкретном примере была продемонстрирована технология построения эконометрической модели и прогнозирования на её основе. Использование метода наименьших квадратов позволило получить содержательно интерпретируемые оценки параметров линейной регрессии. Особый акцент был сделан на методе прогнозирования с помощью фиктивной переменной (методе Салкевера), который является мощным инструментом, особенно востребованным при работе с многофакторными моделями.

Высокое качество построенной модели ($R^2 = 0,94$, значимость всех параметров) и подтверждение прогноза фактическими данными 2024 года позволяют рекомендовать описанный подход для практического использования в задачах среднесрочного прогнозирования различных экономических показателей.

Список источников

1. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2021. – 328 с.
2. Статистический ежегодник стран ЕАЭС. – М.: ЕЭК, 2024.
3. Salkever D.S. The use of dummy variables to compute predictions, prediction errors, and confidence intervals // Journal of Econometrics. – 1976. – Vol. 4, No. 4. – P. 393–397.
4. Эконометрика: учебник и практикум / под ред. В.Т. Галочкина. – М.: ЮРАЙТ, 2023. – 412 с.
5. Астафьев, Р. У. Многоаспектный анализ сложных иерархических систем / Р. У. Астафьев // ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ и ПРИКЛАДНАЯ НАУКА: СОСТОЯНИЕ и ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ : сборник статей ЛШ Международной научно-практической конференции, Петрозаводск, 20

ноября 2025 года. – Петрозаводск: Международный центр научного партнерства «Новая Наука» (ИП Ивановская И.И.), 2025. – С. 94-97. – EDN ALYBTH.

6. Астафьев, Р. У. Многомерное пространство методов сравнения иерархий / Р. У. Астафьев // Наука сегодня: актуальные исследования : Сборник статей II Всероссийской научно-практической конференции, Петрозаводск, 17 ноября 2025 года. – Петрозаводск: Международный центр научного партнерства "Новая Наука" (ИП Ивановская И.И.), 2025. – С. 314-318. – EDN KGAYAZ.

7. Mathematical modeling of epidemic dynamics and disease spread using the SIR model / A. Sidorov, R. Astaf'ev, T. Gorshunova, T. Morozova // Moscow Economic Journal. – 2025. – Vol. 10, No. 11. – P. 45-66. – DOI 10.55186/2413046X_2025_10_11_246. – EDN HELSMS.

8. Сидоров, А. А. Вопросы нахождения коэффициентов характеристического уравнения матрицы большой размерности в курсе линейной алгебры для студентов технических вузов / А. А. Сидоров // Инновационные технологии в электронике и приборостроении : сборник докладов Российской научно-технической конференции с международным участием Физико-технологического института РТУ МИРЭА, Москва, 16–17 апреля 2020 года. Том 1. – Москва: МИРЭА - Российский технологический университет, 2020. – С. 302-309. – EDN JNCUEM.

9. Sidorov, A. Market and credit risk in the modern banking system / A. Sidorov, T. Igonina // International Journal of Applied Sciences and Technology Integral. – 2025. – No. 4. – P. 50-61. – DOI 10.55186/2658-3569-2026-50-61. – EDN WCHWNL.

10. Сидоров, А. А. Вопросы нахождения формул сумм степенных рядов натуральных чисел в курсе линейной алгебры для студентов технических вузов / А. А. Сидоров // Перспективные материалы и технологии (ПМТ-2025): Сборник докладов Национальной научно-технической конференции

с международным участием, Москва, 07–12 апреля 2025 года. – Москва: МИРЭА - Российский технологический университет, 2025. – С. 1444-1454. – EDN IKYSTV.

References

1. Kremer N.Sh., Putko B.A. E`konometrika: uchebnik dlya vuzov. – M.: YuNITI-DANA, 2021. – 328 s.
2. Statisticheskij ezhegodnik stran EAE`S. – M.: EE`K, 2024.
3. Salkever D.S. The use of dummy variables to compute predictions, prediction errors, and confidence intervals // Journal of Econometrics. – 1976. – Vol. 4, No. 4. – P. 393–397.
4. E`konometrika: uchebnik i praktikum / pod red. V.T. Galochkina. – M.: YuRAJT, 2023. – 412 s.
5. Astaf`ev, R. U. Mnogoaspektny`j analiz slozhny`x ierarxicheskix sistem / R. U. Astaf`ev // FUNDAMENTAL`NAYa i PRIKLADNAYa NAUKA: SOSTOYaNIE i TENDENCIJ RAZVITIYa : sbornik statej LIII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii, Petrozavodsk, 20 noyabrya 2025 goda. – Petrozavodsk: Mezhdunarodny`j centr nauchnogo partnerstva «Novaya Nauka» (IP Ivanovskaya I.I.), 2025. – S. 94-97. – EDN ALYBTX.
6. Astaf`ev, R. U. Mnogomernoe prostranstvo metodov sravneniya ierarxij / R. U. Astaf`ev // Nauka segodnya: aktual`ny`e issledovaniya : Sbornik statej II Vserossijskoj nauchno-prakticheskoy konferencii, Petrozavodsk, 17 noyabrya 2025 goda. – Petrozavodsk: Mezhdunarodny`j centr nauchnogo partnerstva Novaya Nauka (IP Ivanovskaya I.I.), 2025. – S. 314-318. – EDN KGAYAZ.
7. Mathematical modeling of epidemic dynamics and disease spread using the SIR model / A. Sidorov, R. Astafev, T. Gorshunova, T. Morozova // Moscow Economic Journal. – 2025. – Vol. 10, No. 11. – P. 45-66. – DOI 10.55186/2413046X_2025_10_11_246. – EDN HELSMS.
8. Sidorov, A. A. Voprosy` naxozhdeniya koefficientov xarakteristicheskogo uravneniya matricy bol`shoj razmernosti v kurse linejnoy algebry` dlya studentov

texnicheskix vuzov / A. A. Sidorov // Innovacionny`e tekhnologii v e`lektronike i priborostroenii : sbornik dokladov Rossijskoj nauchno-tekhnicheskoi konferencii s mezhdunarodny`m uchastiem Fiziko-tekhnologicheskogo instituta RTU MIRE`A, Moskva, 16–17 aprelya 2020 goda. Tom 1. – Moskva: MIRE`A - Rossijskij tekhnologicheskij universitet, 2020. – S. 302-309. – EDN JNCUEM.

9. Sidorov, A. Market and credit risk in the modern banking system / A. Sidorov, T. Igonina // International Journal of Applied Sciences and Technology Integral. – 2025. – No. 4. – P. 50-61. – DOI 10.55186/2658-3569-2026-50-61. – EDN WCHWNL.

10. Sidorov, A. A. Voprosy` naxozhdeniya formul summ stepenny`x ryadov natural`ny`x chisel v kurse linejnoj algebry` dlya studentov texnicheskix vuzov / A. A. Sidorov // Perspektivny`e materialy` i tekhnologii (PMT-2025) : Sbornik dokladov Nacional`noj nauchno-tekhnicheskoi konferencii s mezhdunarodny`m uchastiem, Moskva, 07–12 aprelya 2025 goda. – Moskva: MIRE`A - Rossijskij tekhnologicheskij universitet, 2025. – S. 1444-1454. – EDN IKYSTV.

© Горшунова Т.А., Багаутдинов А.Э., Мельников А.А., Степаненко А.И., 2026.

Московский экономический журнал, 2026, № 2.